

Corso di Laurea in *Fisica*, a.a. 2018/2019

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M.V. Marchi - A. Terracina)

Appello del 17 giugno 2019

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso).

Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

Matricola _____
Cognome _____
Nome _____

1. Si consideri la successione $a_n = \frac{(-1)^n(n+1)}{n^2+3}$

1A la successione $\frac{1}{a_n}$ è limitata; V **F**

1B la successione $\sqrt{n} a_n$ è convergente; **V** F

1C la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ è assolutamente convergente; **V** F

1D la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n$ è convergente. V **F**

2. Sia $F(x) = \int_0^x \frac{e^{t^2}}{1+t^2} dt$

2A la funzione F' è dispari; V **F**

2B $F(1) < e$ **V** F

2C la funzione $F(x)$ ammette minimo in $[0, +\infty)$; **V** F

2D $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)-x}{x^3} = +\infty$ V **F**

3. Siano $f(x) = x - \sin(x)$, $g(x) = \log(1+x)$

3A $f(x)+g(x)$ è limitata inferiormente nel suo insieme di definizione V **F**

3B $f(x) + g(x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$; **V** F

3C $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{\sin(x^4)} = \frac{1}{6}$; **V** F

3D $y = 2x$ è l'equazione della retta tangente al grafico di $g(x) - f(x)$ in $x = 0$. V **F**

4. Data l'equazione differenziale $y' - 2y = f(t)$

4A sia $f(t) = \arctan(t)$. Esistono due soluzioni che soddisfano la condizione $y(1) = 1$; V **F**

4B sia $f(t) = 0$. Esistono infinite soluzioni crescenti su tutto \mathbb{R} ; **V** F

4C sia $f(t) = 1$. L'equazione ammette soluzioni costanti; **V** F

4D sia $f(t) = t$. La funzione $y(t) = -\frac{t}{2}$ è soluzione. V **F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

1. se ne trovi il dominio, si studi il segno e si calcolino i limiti agli estremi degli intervalli in cui è definita;
2. si determinino gli intervalli di crescita, decrescenza, concavità e convessità della funzione;
3. si discuta, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, esistenza e numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = \alpha$;
4. si calcoli il seguente integrale definito $\int_1^2 f(x) dx$.

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = \sin(t) \quad (*)$$

- (i) determinare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata;
- (ii) si trovi la soluzione dell'equazione (*) con dato iniziale $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
- (iii) determinare tutte le soluzioni dispari dell'equazione (*);
- (iv) Esistono infinite soluzioni dell'equazione(*) tali che $|y(t)| \leq 1$ in tutto \mathbb{R} ? Motivare la risposta!

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

